

Государственное автономное образовательное учреждение среднего профессионального образования Свердловской области «Нижнетагильский государственный профессиональный колледж им. Н.А. Демидова»

Пакет контрольно-измерительных материалов для итоговой формы аттестации (в форме экзамена) по дисциплине

«Дискретная математика»

для студентов дневного отделения специальности

230113 «Компьютерные системы и комплексы»

**Разработчик:
преподаватель Покрышкина О.В.**

**г. Нижний Тагил
2013г.**

Пояснительная записка

Экзамен по дисциплине «Дискретная математика» является формой итоговой аттестации для студентов дневного отделения специальности 230113 «Компьютерные системы и комплексы».

Цель итоговой аттестации: оценка у обучающихся уровня сформированности общих и профессиональных компетенций, складывающихся из соответствующих знаний и умений:

знать:

- основные понятия и приемы дискретной математики; (ПК 2,1;¹ ПК 1.1²; ПК 1.3³)
- логические операции, формулы логики, законы алгебры логики; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2;⁴ ПК 1.3)
- основные классы функций, полнота множества функций, теорема Поста; (ПК 2,1)
- основные понятия теории множеств, теоретико-множественные операции и их связь с логическими операциями; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- логика предикатов, бинарные отношения и их виды; элементы теории отображений и алгебры подстановок; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- метод математической индукции; алгоритмическое перечисление основных комбинаторных объектов; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- основные понятия теории графов, характеристики и виды графов; (ПК 2,1; . ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- элементы теории автоматов (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)

уметь:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- применять законы алгебры логики; (ПК 2,1; . ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- определять типы графов и давать их характеристики; (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)
- строить простейшие автоматы (ПК 2,1; ПК 1.1; ПК 1.2; ПК 1.3)

Оценка за экзамен определяется по результатам ответа на два теоретических вопроса и решения задачи.

Критериями оценки являются:

ответ на теоретический вопрос:

- объем и структура знаний, соответствуют содержанию вопроса по билету;

¹ Создавать программы на языке ассемблера для микропроцессорных систем.

² Разрабатывать схемы цифровых устройств на основе интегральных схем разной степени интеграции.

³ Использовать средства и методы автоматизированного проектирования при разработке цифровых устройств

⁴ Выполнять требования технического задания на проектирование цифровых устройств.

- выражено умение своими словами формулировать определения, законы и т.п., не искажая сути вопроса;
- правильно и уместно использует специальные терминологические обороты.

расчет задачи:

- степень логических рассуждений соответствуют задаче;
- правильно использована вся информация необходимая для решения задачи (условие, формулы и т.п.);
- произведенные математические расчеты верны.

В соответствии с заданными критериями, определяется оценочный балл по экзамену, процедура подсчета которого фиксируется в оценочном листе.

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы для подготовки к промежуточному контролю

Основные источники:

1. Гончарова Г.А., Мочалин А.А. Элементы дискретной математики: учеб. пособ.- М.: Форум: ИНФРА-М, 2010.
2. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс. - М: Известия, 2011. - 512 с.
3. Кольман Э. Зих О. Занимательная логика. — М.: Наука, 2011. —127с.
4. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач на алгебре и теории чисел. — М.: Просвещение, 2010.

Дополнительная литература:

1. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы./Под ред. Сканава М.И. — М.: Высшая школа, 2009. —541с.
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Наука, 2006. — 384 с.
3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 2006. — 319с.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.math.msu.ru>;
2. http://library.nstu.ru/inet_resources/mat;

Вопросы к экзамену

1. Алгебраическая операция, отношение (определения) Задание операций и отношений на конечных множествах (примеры) Свойства операций и отношений (свойства рефлексивности, симметричности и т.д.)
2. Алгоритм слияния для различных операций над множествами.
3. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графе. Алгоритм Флойда-Уоршалла.
4. Булевы функции и булева алгебра. Аксиомы булевой алгебры. Их применение.
5. Булевы функции. Существенные и фиктивные переменные. Суперпозиция булевых функций (определения, примеры) Булевы функции двух переменных. Основные соотношения для функций двух и одного переменного.
6. Высказывания алгебры логики, операции над ними. Таблицы истинности основных операций.
7. Граф (основные понятия) Способы задания графов. Подграфы (определения, свойства) Маршруты, цепи, циклы в графе. Связность. Деревья (определения)
8. Граф (основные понятия) Способы задания графов. Подграфы (определения, свойства)
9. Граф (основные понятия) Способы задания графов. Подграфы (определения, свойства)
10. Исчисление высказываний. Выполнимость, логическое следование, тавтология. Аксиомы, правила вывода. Корректность правил вывода.
11. Исчисление высказываний. Эквивалентность формул. Нормальные формы.
12. Исчисление предикатов. Соотношение синтаксиса и семантики (теоремы корректности и полноты)
13. Каноническое представление логических функций: совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ).
14. Каноническое представление логических функций: совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ).
15. Карты Карно: построение, определения, использование для нахождения упрощенного представления функции.
16. Комбинаторные задачи. Основные комбинаторные принципы (сложения и умножения).
17. Контактные схемы и булевы функции. Применение булевой алгебры для упрощения контактных схем.
18. Маршруты (цепь, простая цепь, цикл, простой цикл) и связность. Степень графа. Однородный граф, полный граф, нуль-граф, регулярный граф (определения)
19. Маршруты, цепи, циклы в графе. Связность. Деревья (определения)
20. Минимизация булевых функций. Применение карт Карно. Метод Квайна-Мак-Класки.
21. Наглядное представление задаваемых множеств. Диаграмма Эйлера-Венна. Индикаторы множества.
22. Нормальные формы. Теорема о разложении булевой функции по k переменным.
23. Операции над множествами (объединение, пересечение, дополнение, разность, симметрическая разность), их графическое представление.
24. Отношение порядка и его свойства. Частично упорядоченные множества, наибольший и наименьший, максимальный и минимальный элементы, точная верхняя и нижняя грани. Понятие замкнутости множеств.
25. Отношение эквивалентности и разбиения.
26. Отношения на множествах. Способы задания отношений.
27. Понятие графа. Отношение смежности. Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм графов (определения, примеры)
28. Понятие импликанты, кубов, простой импликанты.
29. Понятие минимальной и сокращенной дизъюнктивной нормальной формы.

30. Понятие множества и его элементов. Способы задания множеств. Подмножества.
31. Понятие обхода графа. Поиск в глубину и в ширину.
32. Построение минимальной ДНФ для неполностью определенной функции.
33. Представление отношений в ЭВМ и проверка свойств отношений с помощью матриц.
34. Приоритет операций в математической логике. Расстановка скобок. Равносильность формул.
35. Разложение булевых функций по переменным. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы (теоремы)
36. Разложение булевых функций по переменным. Эквивалентные преобразования логических функций.
37. Размещения и сочетания без повторений – определение, формулы для расчета числа вариантов.
38. Размещения и сочетания с повторениями – определение, формулы для расчета числа вариантов.
39. Свойства операций над множествами (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, свойство разности, операции с \emptyset и универсумом, ...).
40. Свойства отношений (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, эквивалентность), теорема о свойствах композиции отношений.
41. Совершенные нормальные формы и способы их построения.
42. Специальные отношения (обратное, универсальное, тождественное). Композиция отношений.
43. Способы задания логических функций. Табличные задания булевых функций. Эквивалентные преобразования логических функций.
44. Способы задания множеств. Понятие мощность множества.
45. Способы описания графов. Матрицы, ассоциированные с графами.
46. Способы представления графов в ЭВМ.
47. Способы представления множеств в ЭВМ.
48. Типы графов: элементарный граф, граф с петлями, мультиграф, псевдограф, орграф.
49. Формализация фраз русского языка с помощью формул исчисления предикатов. Логика предикатов первого порядка. Аксиомы, правила вывода.
50. Функции алгебры логики и формулы. Функции частичные и полностью определенные, переменные существенные и фиктивные.

Перечень практических заданий к экзаменационным билетам

Задача 1

Приведите примеры бинарных отношений:

- рефлексивных и транзитивных, но не антисимметричных
- рефлексивных и симметричных, но не транзитивных.

Задача 2

Докажите, что отношение на множестве $N_0 \times N_0$ $\langle a, b \rangle \rho \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$ является отношением эквивалентности, и найдите классы эквивалентности.

Задача 3

Заполните истинностную таблицу для формулы логики высказываний

$$(p \vee q) \wedge ((p \rightarrow q) \rightarrow r)$$

Задача 4

Что можно сказать об истинном значении высказывании ($|p|$ - истинностное значение p)

$$\neg p \wedge q \leftrightarrow p \vee q, \text{ если } |p \rightarrow q| = \text{Л};$$

Задача 5

Среди следующих предложений укажите высказывания, предикаты и те предложения, которые не являются ни тем ни другим:

- прямоугольником называется четырехугольник, у которого все углы прямые;
- если целое число k делится на 8, то k делится на 12

Задача 6

Докажите эквивалентность формул логики высказываний

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Задача 7

Приведите примеры предикатов $A(x)$ и $B(x)$, где x – целочисленная переменная, таких, что предикаты $A(x)$ и $B(x)$ не тождественно истинны, а $A(x) \vee B(x)$ - тождественно истинный предикат.

Задача 8

Перечислить элементы следующих множеств, в которых множество всех последовательностей, содержащих все числа 1,2,3,4,5, и только эти числа, в которых четные и нечетные числа чередуются.

Задача 9

Каждое из следующих утверждений либо докажите, либо покажите при помощи диаграмм Эйлера-Венна, что оно не всегда верно:

- $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
- $(A \cup B) \setminus B = A$

Задача 10

Докажите, что следующие битарные отношения являются отношениями эквивалентности и постройте разбиения соответствующих множеств на классы эквивалентности:

- отношение «иметь одинаковый год рождения» на множестве всех людей,
- отношение «иметь одинаковое число сторон» на множестве всех многоугольников плоскости,
- на множестве $R \setminus \{0\}$: $(a, b) \in \rho \leftrightarrow ab > 0$,
- на множестве Z : $(a, b) \in \rho \leftrightarrow [a] = [b]$.

Задача 11

На множестве $A = \{1, 2, 3, 4\}$ задано отношение $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (2,1), (3,4), (4,3)\}$. Докажите, что ρ – отношение эквивалентности. На какие классы эквивалентности разбивает оно множество A ?

Задача 12

Пусть U - множество точек плоскости, на которой задана декартова система координат

$$A = \{(x,y) \mid x > 3\}, B = \{(x,y) \mid 2 < y \leq 4\}$$

Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$, не A , не B , $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразите их на плоскости.

Задача 13

Докажите каждое из следующих утверждений:

- $A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$
- $A \subset B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subset C$

Задача 14

Какие из следующих бинарных отношений являются функциями из R в R :

- $x, y \in R$ $(x, y) \in \rho_1$ тогда и только тогда, когда $2x + 3y = 5$;
- $x, y \in R$ $(x, y) \in \rho_2$ тогда и только тогда, когда $x^2 = y^2$

Задача 15

Нарисуйте граф с семью вершинами и шестью рёбрами, не имеющий ни одного цикла

Задача 16

Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = \{3, 5, 6, 7, 9\}$, $B = \{4, 6, 7, 8\}$

Задача 17

Докажите, что для множеств A , B и D имеют место равенство

$$A \setminus (B \cup D) = (A \setminus B) \cap (A \setminus D).$$

Задача 18

Докажите, что следующие бинарные отношения являются отношениями эквивалентности и постройте разбиения соответствующих множеств на классы эквивалентности:

- 1) отношение «иметь одинаковое число сторон» на множестве всех многоугольников плоскости,
- 2) на множестве Z : $(a, b) \in \rho \leftrightarrow [a] = [b]$.

Задача 19

Для следующих функций f и g найдите композиции

$$f \circ g, g \circ f, f^2 \circ g, g^2 \circ f. \quad f(x) = 5x^2, \quad g(x) = 1/x.$$

Задача 20

Заполните истинностную таблицу для формулы логики высказываний

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$$

Задача 21

Даны простые высказывания:

$$A = \{5 > 3\}, B = \{2 = 3\} \text{ и } C = \{4 < 2\}.$$

Определите истинность составных высказываний:

$$\text{а) } (A \vee B) \& C \Rightarrow (A \& C) \vee (B \& C);$$

$$\text{б) } (A \& B) \vee C \Leftrightarrow (A \vee C) \& (A \& B).$$

Задача 22

Даны простые высказывания:

$$A = \{\text{Принтер} - \text{устройство ввода информации}\},$$

$$B = \{\text{Процессор} - \text{устройство обработки информации}\},$$

$$C = \{\text{Монитор} - \text{устройство хранения информации}\},$$

$$D = \{\text{Клавиатура} - \text{устройство ввода информации}\}.$$

Определите истинность составных высказываний:

$$\text{а) } (A \& B) \& (C \vee D); \quad \text{б) } (A \& B) \Rightarrow (C \vee D);$$

Задача 23

Найдите СДНФ для формулы: $\overline{(x \vee z) \& (x \rightarrow y)}$.

Задача 24

Построить наглядные изображения графов и охарактеризовать полученный граф, по матрице смежности:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Задача 25

Для каждого из следующих бинарных отношений выясните, какими свойствами (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность) оно обладает и какими не обладает.

1) Отношения определены на множестве R :

$$\text{а) } x \rho y \Leftrightarrow x^2 = y^2$$

$$\text{б) } x \rho y \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + y$$

2). Отношения определены на множестве всех прямых плоскости: $x \rho y \Leftrightarrow x$ параллельна y